

Prof. Dr. Alfred Toth

## Kategorienlogische Definition exessiver Relationen

1. Bekanntlich vermitteln in der kategorialen Logik Typen zwischen Denotatmengen und repräsentativen Ausdrücken. Link (1979, S. 153) unterscheidet an extensionalen Typen z.B.

|       |                                    |           |
|-------|------------------------------------|-----------|
| e     | Individuen                         | Hans      |
| t     | Wahrheitswerte                     | es regnet |
| et    | Mengen von Individuen              | Pferd     |
| eet   | 2-stellige Relationen              | loben     |
| tt    | 1-stellige Wahrheitswertfunktionen | nicht     |
| ttt   | 2-stellige Wahrheitswertfunktionen | oder      |
| (et)t | Mengen von Mengen                  | —         |

Typen bilden also logische auf metasemiotische Strukturen ab. Wegen der u.a. in Toth (2013) nachgewiesenen Zeichen-Objekt-Isomorphie muß nun die Typenlogik auch auf die der Semiotik an die Seite gestellte Objekttheorie (vgl. Toth 2012) anwendbar sein. Während allerdings bei sprachlichen Zeichen als Denotatmengen die Konversionen geordneter Paare nur u.U. definiert sind, scheinen Umkehrungen bei Objekten als Denotaten wegen der perspektivischen Relationen sinnvoll zu sein. Z.B. kann das geordnete Paar  $\langle e, t \rangle$  als eine Menge von  $x$  aufgefaßt werden, die, falls in ein  $x$  ein Repräsentant von  $e$  eingesetzt wird, zu einem Repräsentanten von  $t$  führen. Beispiele sind somit Satzformen mit Subjekt-Leerstellen der allgemeinen Form  $S = [NP, VP]$ . Die konverse Relation  $\langle t, e \rangle$  müßte also interpretiert werden als die Menge aller  $y$ , die, falls ein  $t$  eingesetzt wird, zu einem  $e$  führen, d.h. als ein Etwas, das, falls ein Satz eingesetzt wird, ein Nomen ergibt. Metasemiotisch dürfte somit die Konversion kategorialer  $n$ -tupel i.d.R. unsinnig sein.

2. Hingegen kann man systemtheoretisch das Paar

f:  $\langle s, u \rangle$

deuten als die Menge aller  $x$ , die, falls ein  $s$  eingesetzt wird, ein  $U$  ergeben. Da wir in Toth (2012) von der Definition von Systemen mit Selbsteinbettung

$$S^* = [S, \mathcal{R}[S, U], U]$$

ausgegangen waren, qualifizieren also Ränder für die von uns gesuchten  $x$ , denn, falls  $\mathcal{R}[S, U] \neq \emptyset$  ist, gilt sowohl  $[S, \mathcal{R}[S, U], U] \neq [S, \mathcal{R}[S, U], U]^{-1}$  als auch  $\mathcal{R}[S, U] \neq \mathcal{R}[S, U]^{-1}$ . Aus diesem Grunde ist ferner die konverse Relation

$$f^{-1}: \langle u, s \rangle$$

natürlich ebenfalls definiert. Impressionistisch gesagt, kann also wegen der für  $S^*$  definierten perspektivischen Relationen der Rand einerseits als die Menge aller  $x$  definiert werden, die einem System eine Umgebung zuordnen und andererseits als die Menge aller  $y$ , die einer Umgebung ein System zuordnen.

3. Da innerhalb der systemtheoretischen Objekttheorie somit für jedes  $f: \langle x, y \rangle$  auch die konverse Relation  $f^{-1}: \langle y, x \rangle$  definiert ist, können wir exessive Relationen durch Abbildungen von Rändern auf konverse Ränder bzw. vice versa definieren. Nun sind zwei Haupttypen exessiver Relationen zu unterscheiden, und zwar einseitige und doppelseitige.

3.1. Einseitige exessive Relationen sind nur entweder relativ zu ihren Systemen oder relativ zu ihren Umgebungen exessiv.

### 3.1.1. Systemexessivität



Schaffhauserstr. 554, 8052 Zürich

### 3.1.2. Umgebungsexessivität



Schaffhauserstr. 27,  
8006 Zürich

Wir können diese beiden Typen einseitiger exessiver Relationen somit durch

$g: \langle s, \langle u, s \rangle \rangle$

$g^{-1}: \langle \langle u, s \rangle, s \rangle$

definieren.

3.2. Doppelseitige exessive Relationen sind somit solche, die zugleich system- und umgebungsexessiv sind.



Kolosseumstr. 12,  
9008 St. Gallen



Mittlere Str. 36, 4056 Basel

Sie können somit durch

$h: \langle \langle s, u \rangle, \langle u, s \rangle \rangle$

$h^{-1}: \langle \langle u, s \rangle, \langle s, u \rangle \rangle$

definiert werden.

Literatur

Link, Godehard, Montague-Grammatik. München 1979

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Toth, Alfred, Die Ordnung der Dinge und die Ordnung der Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013

31.1.2014